

---

[総 説]

## インフロン場について

吉村 高男

山陽小野田市立山口東京理科大学 共通教育センター

## On the Inflaton Fields

Takao YOSHIMURA

Center for Liberal Arts and Sciences, Sanyo-Onoda City University

### Abstract

The standard big-bang cosmology is based on the cosmological principle, which means that the universe is homogeneous and isotropic on large distance. In the standard big-bang cosmology the state of the universe is characterized by the radiation-dominated or the matter-dominated stage. These correspond to the decelerated expansion of the universe. This decelerated expansion is not sufficient to solve cosmological problems such as flatness, horizon and monopole problems which plague in the standard big-bang scenario. In order to overcome these fundamental problems, cosmic inflation is required to consider an epoch of accelerated expansion in the early universe. Inflation is really an efficient mechanism to solve the cosmological problems associated with standard big-bang cosmology. Quantum fluctuations of the field driving inflation which is called "inflaton" are frozen by the accelerating expansion when the scales of fluctuations leave the Hubble radius. After the inflation ends, the scales cross inside the Hubble radius again. And then perturbations imprinted during inflation can be the origin of large-scale structure in the universe. The concept of reheating after inflation which is connected with cosmic big-bang is also discussed in this paper.

**KEY WORDS** : Inflation, Inflaton Fields, Cosmic Microwave Background, Temperature Fluctuations

**キーワード** : インフレーション、インフロン場、宇宙背景放射、温度揺らぎ

## I. はじめに

1916年のEinsteinによる一般相対性理論の出現で、初めて宇宙全体についての議論が可能になった。1922年に、宇宙項を含まない元来のEinstein方程式をFriedmannは解き、定常状態を始め、収縮する解や膨張する解が、様々な条件の下で存在することを発見した。1929年には、Hubbleが遠方の銀河ほど速い速度で私達から遠ざかっていることを観測し、私達の宇宙が膨張していることを発見した。1946年にGamovは、宇宙は高温状態から始まったとするビッグバン(Big Bang)モデルを提唱した。1965年にPenziasとWilsonによって、ビッグバンの名残である2.7Kの宇宙背景放射(Cosmic Microwave Background: CMB)が発見され、宇宙のビッグバンモデルは宇宙進化の標準モデルとなった。

しかしながら、このモデルに従い、宇宙の初期に時間を遡っていくと、宇宙の地平線問題(Horizon Problem)、宇宙の平坦性問題(Flatness Problem)、磁気モノ・ポール問題(Monopole Problem)等といった、現在の宇宙と矛盾する不自然な諸問題が発生する。これらを一挙に解決できるのが、宇宙初期のある一定の期間に、指数関数的な急激な膨張(de Sitter宇宙)があったとするインフレーション(Inflation)モデルを導入することである。急激な膨張で因果関係が成立する地平線も急速に伸びて地平線問題が解消し、急激な膨張によって空間の曲率もほぼ0にすることができる。宇宙初期における真空の相転移については、ゲージ対称性の自発的な破れを通して考えているが、それでは、必然的に多数の磁気単極子(モノ・ポール)を生成する。しかし、私達の宇宙では、それは全く観測されていない。このことも宇宙初期段階のインフレーションの導入によって、急激にモノ・ポールの密度が薄められるということで回避できる。

インフレーションを起こすためには、宇宙斥力が働くようなスカラー場の導入を考える必要がある。そのような場を「インフラトン(Inflaton)場」と呼んでいるが、最近、PLANCK衛星等によって観測された宇宙背景放射(CMB)の温度ゆらぎを解析することにより、インフラトン場を特徴付けるインフラトン・ポテンシャルの形が、かなり絞られてきた。本論文では、それらの総合的なレビューを簡単に行い、未解明のインフラトン場の形成と、その後のビッグバンに繋がるメカニズムについて述べる。さらに、素粒子物理学及び時空次元論<sup>1)</sup>からのアプローチについても触れ

る。

## II. ビッグバン宇宙論

宇宙のような大きなスケールを記述するには重力相互作用が主体になる。それを記述するのが、次に示すEinstein方程式である。ただし、本稿では自然単位系(光速とプランク定数を1とする系)及びボルツマン(Boltzmann)定数を1として考える。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1)$$

ここで、 $R_{\mu\nu}$ はRicciテンソル、 $g_{\mu\nu}$ は計量テンソル、 $R$ はRicciスカラー、 $G$ は万有引力定数、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルを示す。 $\Lambda$ はEinsteinが導入した宇宙定数で、斥力項を示す。ビッグバン理論を考える際には、宇宙は大きなスケールで見れば一様かつ等方であるという宇宙原理を導入する。これは、宇宙背景放射(CMB)の観測からも支持されている。時空の計量はFriedmann-Robertson-Walker (FRW)計量で次式で与えられる。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \theta d\varphi^2) \right] \quad (2)$$

ここで、 $a(t)$ はスケール因子で宇宙の大きさを示す無次元量である。 $k$ は規格化された3次元空間の曲率で、 $k = +1, 0, -1$ がそれぞれ、閉じた宇宙、平坦な宇宙、開いた宇宙を表している。宇宙の進化は宇宙にどのような物質があるかによって決まる。完全流体を仮定したエネルギー運動量テンソルは次の式で与えられる。

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu + p g_{\mu\nu} \quad (3)$$

ここで $\rho$ 、 $p$ 、 $u^\mu$ は、それぞれ完全流体のエネルギー密度、圧力、4元速度である。FRW計量をEinstein方程式に代入してまとめると、次のFriedmann方程式が得られる。

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (5)$$

ここで、 $H = \frac{\dot{a}}{a}$ はHubbleパラメーターである。

(4)、(5)より、次のエネルギー運動量保存則を示す式が導かれる。

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (6)$$

共動体積中のエントロピーは保存する。宇宙進化は断熱変化と捉えることができ、状態方程式は  $p=p(\rho)$  として、熱力学変数が1つの形で書ける。宇宙に存在するエネルギー成分として、物質成分、放射成分が考えられる。宇宙項も流体成分と見なし、それぞれの状態方程式は次のようになる。物質は非相対論的成分として考えている。

$$p = 0 \text{ (物質成分)} \quad (7-1)$$

$$p = \frac{1}{3}\rho \text{ (放射成分)} \quad (7-2)$$

$$p = -\rho \text{ (宇宙項)} \quad (7-3)$$

また、空間の曲率  $k = 0$  で平坦だとすると、(4)、(5) を用いてスケール因子  $a(t)$  の時間発展は次のように解ける。

$$a(t) \propto t^{\frac{1}{2}} \text{ (放射優勢期)} \quad (8-1)$$

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3}} \text{ (物質優勢期)} \quad (8-2)$$

$$a(t) \propto \exp\left[\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right] \text{ (宇宙項: Dark Energy 優勢期)} \quad (8-3)$$

これらの上式がビッグバンで始まったこの宇宙について、宇宙スケールの時間的な広がり方を記述しているわけである。

さらに、最近の素粒子物理学の進展によって、約138億年前に始まった宇宙初期の様子を具体的に描くことが可能になった。宇宙誕生後  $10^{-11}$  秒が経過して、宇宙の温度が1000兆 K (100Gev オーダー) になると、クォークやレプトンの素粒子と、4つの基本的な力 (重力、電磁気力、強い力、弱い力) が現れた。宇宙誕生後  $10^{-5}$  秒が経過して、宇宙の温度が1兆 K (100MeV オーダー) になると、クォーク閉じ込めによる核子 (陽子、中性子) が誕生した。宇宙誕生の3分後には温度が8億 K になり、重水素やヘリウム等の軽元素の原子核が生成された。宇宙誕生から38万年が経過して、宇宙の温度が3000K になるとプラズマ状態の物質が中性化して原子が形成される。宇宙の晴れ上がりである。現在、2.7K 宇宙背景放射 (CMB) として観測できるのは、この時放出された光である。その後、星や銀河系が形成され、星の一生の中で形成された元素を材料にして、惑星上で私達のような生命体までを、宇宙は育てているわけである。

しかしながら、ビッグバン宇宙モデルだけでは、す

で述べたように、根本的な問題が存在している。宇宙が大爆発を起こしたビッグバンの前に、指数関数的膨張を意味するインフレーションを導入すると、それらの諸問題は一気に解決する。ところが、インフレーションで冷え切った宇宙からビッグバンが起こるためには、インフレーションの終末期に、再び宇宙を熱くするメカニズムを導入する必要がある。再加熱のメカニズムである。これらのことについて、順次、以下の章で議論を展開する。

### Ⅲ. ビッグバン宇宙論の諸問題

ビッグバン宇宙モデルは、すでに述べてきているように、2.7K の CMB や宇宙初期の元素合成など観測事実を良く説明し、大きな成功を収めている。しかしながら、このモデルに従って宇宙の初期へ時間を遡っていくと、理論的に不自然な点がいくつか出てくる。

まず、宇宙の地平線問題について述べる。現在、CMB の観測から分かっていることは、極めて一様で等方的な温度分布をしており、その温度揺らぎは  $10^{-5}$  オーダーの精度である。CMB の光子が出発した場所は、現在の地平線の果てにほぼ等しく、宇宙のあらゆる方向から来る CMB の温度が同じ温度であるということは、少なくとも現在の地平線の直径は次のようになる。

$$2L_H = \frac{2}{H_0} \approx 6\text{Gpc} \approx 10^{26}\text{m} \quad (9)$$

$H_0$  は現在の Hubble 定数、 $L_H$  は Hubble 半径、1pc は  $3.08 \times 10^{16}\text{m}$  である。  $10^{26}\text{m}$  のスケールで宇宙が一様であることを上式は示していることになる。

ところで、スケール因子  $a(t)$  は温度  $T$  に反比例するので、時刻  $t$  の Hubble 半径  $L_H$  の距離  $d(t)$  は次のようになる。

$$d(t) = a(t) L_H = \frac{T_0}{T} L_H \quad (10)$$

現在のスケール因子  $a(t_0)$  を 1 として、現在の CMB の温度  $T_0=2.7\text{ K}$  とすると、現在 6 Gpc ( $10^{26}\text{m}$ ) 離れている 2 点は、電弱力と強い力が統合する  $10^{16}\text{Gev}$  のエネルギーオーダーで、宇宙の温度が  $10^{29}\text{ K}$  の頃には、次に示すように数 mm オーダーしか離れていなかったことになる。

$$d = \frac{2.7}{10^{29}} \times 10^{26}\text{m} \approx 2.7\text{mm} \quad (11)$$

つまり、このような小さな距離が、宇宙誕生以来138億年経ち、6Gpc ( $\approx 10^{26}\text{m}$ ) まで、現在広がってい

るわけである。

一方、この電弱力と強い力が統合する相互作用の大統一理論が成立する時期、宇宙誕生後 $10^{-37}$ 秒の地平線の距離 $d_H$ を計算する。光速を $c$ とすると次のようになる。

$$d_H = 2ct \approx 10^{-26} \text{ mm} \quad (12)$$

(= $2t$ : 自然単位系)

この距離は、その時に因果関係を持ち得る最大の距離を示している。(11)と(12)を比較すると、両者は大きく隔たっていることが分かる。何の因果関係もなかった2点が、現在なぜ $10^{-5}$ の精度で温度が一致しているかという問題が宇宙の地平線問題である。

次に、宇宙の平坦性問題について考える。宇宙項のないFriedmann方程式は(4)から、次のようになる。

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (13)$$

また、臨界密度 $\rho_{cr}$ 、密度パラメーター $\Omega$ を次のように決める。

$$\rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (14)$$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{cr}} \quad (15)$$

(14)、(15)を用いて、(13)を書き直すと、次のようになる。

$$H^2 = H^2 \Omega - \frac{k}{a^2} \quad (16)$$

即ち、次式が導かれる。

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} = \frac{k}{\dot{a}^2} \quad (17)$$

この宇宙はビッグバンの後は減速膨張であるため、過去ほど膨張速度 $\dot{a}$ は大きくなる。即ち、この式から、密度パラメーターは過去ほど1に近づくことになる。(17)の前半を現在の時刻で書くと、 $a(t_0)=a_0=1$ であるため、次のようになる。

$$\Omega_0 - 1 = \frac{k}{H_0^2} \quad (18)$$

(17)、(18)式から、次式が得られる。

$$\Omega_0 - 1 = (\Omega - 1) a^2 \left( \frac{H^2}{H_0^2} \right) \quad (19)$$

さらに、宇宙定数がなく、圧力0（物質優勢）で考えると、Hubbleパラメーターと密度パラメーターの間には次の関係がある。

$$H^2 = \frac{H_0^3}{a^3} [\Omega_0 - (\Omega_0 - 1)a] \quad (20)$$

この式を使うと、結局(17)は次のようになる。

$$\Omega_0 - 1 = (\Omega - 1) \left[ \frac{\Omega_0}{a} - (\Omega_0 - 1) \right] \quad (21)$$

ここで、赤方偏移の式

$$1 + z = \frac{1}{a} \quad (22)$$

を使うと、現在の密度パラメーターと赤方偏移が $z$ の時の密度パラメーターとの関係が次のように導かれる。

$$\frac{1}{\Omega} - 1 = \left( \frac{1}{\Omega_0} - 1 \right) \frac{1}{1+z} \quad (23)$$

また、観測から現在の密度パラメーターについて、次のような制限が得られている。

$$0.1 < \Omega_0 < 1 \quad (24)$$

よって、例えば宇宙の晴れ上がりの時を考えると、赤方偏移 $z$ が1100であるから、その時の密度パラメーター $\Omega$ は、

$$\left| \frac{1}{\Omega} - 1 \right| < 10^{-2} \quad (25)$$

を満たす必要がある。さらに、赤方偏移が大きくなれば、密度パラメーター $\Omega$ は限りなく1に近づき、宇宙は平坦になる。宇宙は平坦な状態から始まらないと、現在の密度パラメーターを説明できない。ビッグバン理論では密度パラメーターを制限する理由はなく、0から $\infty$ までの値を取り得る。なぜ、宇宙は平坦な状態から始まったのかが説明できない。これが、宇宙の平坦性問題である。

続いて、モノ・ポール問題について、簡単に述べる。高エネルギー状態の物理学を探究する分野として、素粒子物理学がある。様々な統一理論が存在するが、共通する性質としてゲージ対称性の自発的破れがある。宇宙初期の高温状態で成立しているゲージ対称性は、宇宙膨張により温度が冷えるに従い自発的に破れる。この過程は真空の相転移と見なすことができる。宇宙のある場所が何かのきっかけで対称性の破れた状態になると、その状態が回りの空間に広がっていく。対称性の破れを起こし始める場所が複数あると、その場所ごとに異なる真空になってしまい、宇宙全体を埋め尽くすることができなくなる。即ち、位相的欠陥を起こしてしまう。対称性を破る機構によって、位相的欠陥は0次元の点状のモノ・ポール (Monopole)、

1 次元的なひも状 (Cosmic String)、2 次元的な面状 (Domain Wall)、3 次元的な時空のねじれ (Space Texture) になる。

しかし、現在の宇宙ではこれらは観測されていない。特に、大統一理論による自発的対称性の破れではモノ・ポール位相欠陥として磁気単極子が余りに多くできてしまう。この問題がモノ・ポール問題である。

これらの問題を一気に解決するアイデアが、ビッグバンの前に指数関数的な膨張があったとするインフレーション理論である。

#### IV. インフレーション宇宙

ビッグバンの前にインフレーションがあったとする概念は、宇宙初期のある一定の期間、de Sitter 宇宙的な指数関数的膨張があったとするモデルである。

即ち、de Sitter 期には Hubble パラメーターは定数で、宇宙の大きさを示すスケール因子は  $a \propto \exp(Ht)$  となり、宇宙空間は急激に引き延ばされる。

Einstein 方程式から導いた Friedmann 方程式 (4) の中には、すでにそのことが潜んでいることが分かる。(4) で曲率  $k = 0$ 、宇宙定数  $\Lambda = 0$  とすると、

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (26)$$

となる。 $\rho$  を真空のエネルギーと考えると、

$$a \propto \exp\left[\sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3}} t\right] \quad (27)$$

となり、指数関数的膨張を示す。

一方、(5) より、加速膨張をするためには、

$$\rho + 3p < 0 \quad (28)$$

である必要があるが、 $\Lambda > 0$  で、 $\Lambda$  が十分大きな値であれば、宇宙は加速膨張をする。(4) で、 $\rho = p = 0$  とすると、

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{\Lambda}{3} \quad (29)$$

となり、

$$a \propto \exp\left[\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right] \quad (30)$$

のように、宇宙項の存在は加速膨張に寄与する。現象論的には、最近観測された宇宙の加速膨張に関係するダークエネルギー (Dark Energy) の存在に対応する。

いずれにせよ、インフレーション期以前に因果関係を持っていた空間の 2 点は、インフレーションによっ

て非常に大きな距離に引き離される。その共動距離が現在のみかけの地平線半径よりも大きければ、現在の宇宙が地平線より大きなスケールで一様になっていたとしても理解できる。さらに、インフレーションによる宇宙の急激な膨張は曲率を急激に小さくする。宇宙のインフレーションが十分に長く続けば、曲率は実質的に 0 になり、平坦性問題も解決される。さらに、インフレーション期以前に作られたモノ・ポール等の粒子の密度は空間の急激な膨張のために薄められるので、モノ・ポール問題も解決できる。

インフレーションがどのくらい持続すれば良いかを示す指標となるものが、膨張指数 (e-folding number)  $N$  である。この量は Hubble パラメーターの積分により、一般に次のように定義される。

$$N \equiv \ln \left[ \frac{a(t_f)}{a(t_i)} \right] = \int_{t_i}^{t_f} H dt \quad (31)$$

ここで、 $t_i$ 、 $t_f$  はインフレーションが始まった時刻と終わった時刻である。インフレーション中は Hubble パラメーターがほぼ一定なので  $N$  は次のようになる。

$$N \approx H(t_f)(t_f - t_i) \quad (32)$$

現在の Hubble 半径より小さい共動スケールがすべてインフレーション以前にも因果関係を持つことができることや、インフレーション終了時の Hubble パラメーターの値は、放射優勢期の Hubble パラメーターに接続することなどを考慮に入れて計算すると、膨張指数への制限が次のようになる。

$$N \geq 60 \quad (33)$$

一般的なインフレーション・モデルは、何らかのスカラ場によって、一時的に現れた真空エネルギーが de Sitter 宇宙を実現していると考えられる。このような場はインフラトン場 (Inflaton Fields) と呼ばれている。

単純なインフラトン場は、実スカラ場  $\phi$  である。ラグランジアン (Lagrangian)  $L$  は、

$$L = \int \sqrt{-g} d^3x \left[ -\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] \quad (34)$$

で与えられる。ここで、 $g = \det(g_{\mu\nu})$  は計量テンソルの行列式である。一様で等方な宇宙を考えれば、スカラ場は時間のみの関数となり、 $\sqrt{-g} \propto a^3$  である。よって、ラグランジアン密度  $\tilde{L}$  は次のようになる。

$$\tilde{L} = a^3 \left[ \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) \right] \quad (35)$$



よって、このスカラー場の運動方程式は、

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (36)$$

となる。ここで、 $V'(\phi)$  のプライムはインフラトン場  $\phi$  による微分を示す。この方程式は摩擦を受けながら 1 次元ポテンシャルの中を運動する粒子を記述する運動方程式と等価である。次に、ハミルトニアン (Hamiltonian) からインフラトン場のエネルギー密度を求めると、次のようになる。

$$\rho_{\phi} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (37)$$

この式を (6) に代入して、(36) を使うと、インフラトン場の圧力  $p_{\phi}$  が導かれる。

$$p_{\phi} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) \quad (38)$$

(37)、(38) から分かることは、 $\dot{\phi} \approx 0$  の時、 $V(\phi)$  が一定で、 $p_{\phi} \approx -\rho_{\phi}$  となり、宇宙項の存在と同様な de Sitter 宇宙、即ち、インフレーションが得られるということである。何らかの方法で、この状態からポテンシャルを真空エネルギー  $V = 0$  にして Friedmann 宇宙に戻す必要がある。インフラトンがその極値周辺で振動を繰り返し、真空エネルギーをレプトンやクォーク等の素粒子生成と、宇宙の再加熱に繋げ、ビッグバンが起こるようにするためである。実は、ここのプロセスが最も肝心な所であるが、本質的な導出方法は全く分かっていない。インフレーションを駆動するインフラトン場の正体や、次章で述べるインフラトン・ポテンシャルの由来は分かっておらず、モデルを手で入れている状態である。

宇宙創生を議論するためには、重力を含む素粒子統一理論が必要であるが、その有力な候補が超弦理論 (Super String Theory) である。この理論も完成されたものではないが、非常に豊かな内容を含んでおり、インフレーション、ビッグバンに繋がる様々なモデル化の試みはあるが、成功していない。

CMB の最近の観測による曲率揺らぎのパワースペクトル等の解析を通して、インフレーションの典型的なエネルギースケールは  $10^{14}$  GeV 程度と考えられている。これは、電弱力と強い力が統一される大統一理論が成立するエネルギーレベルである。現在の宇宙に存在している素粒子の生成はインフレーションの後にできる必要がある。インフラトンの崩壊 (プレヒーティング: Preheating) や、宇宙が真の真空状態に落ち込んで発生するエネルギーによって、再び宇宙が発熱してビッグバンに繋がる再加熱期は  $10^6$  GeV 程度と考え

られている。現在の素粒子加速器で到達しているエネルギーレベルは高々  $10^4$  GeV 程度である。

いずれにせよ、インフレーションを通して、この宇宙は 4 次元時空を形成していったことが考えられる。超弦理論は 10 次元、11 次元といった高次元で成立している。それからいかに安定な 4 次元時空を創るかということが大きな課題である。

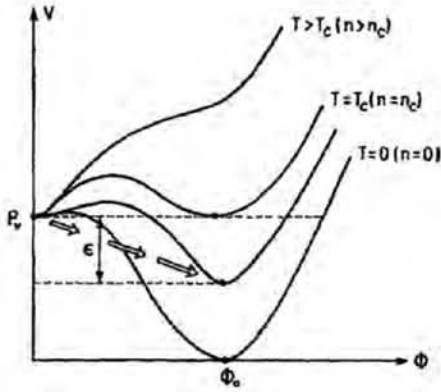
筆者は、時空次元をさらに柔軟に考えるために、連続次元化を図り、インフレーションを通して 4 次元時空に落ち着いていくシナリオを考えている。時空次元数の連続化を図った計算を実行するには、新たな数学的発想に則った解析学 (微分積分学) を必要とする。4 次元時空からの微妙な次元のずれが素粒子の存在に結びついているはずであるが、この時空次元論の試みも未完成である<sup>1) - 3)</sup>。

よって、ここでは計算を可能にするために、4 次元時空が成立している段階におけるインフレーションの挙動を説明するインフラトン・ポテンシャルについて、次の最終章で簡単に総括する。

## V. インフラトン・ポテンシャル

宇宙のインフレーション理論について、素粒子物理学の SU(5) 大統一理論における Higgs 場 (スカラー場) の有効ポテンシャルが一次相転移を通して、指数関数的な加速膨張をすることで、1980 年に世界で最初に発表したのは、日本の佐藤勝彦 (k. Sato) である<sup>4)</sup>。同時期に A. H. Guth も同様の内容を発表している<sup>5)</sup>。A. H. Guth は「インフレーション」の名付け親でもある。また、A. Starobinsky は 1979 年に同様のモデルについてのアイデアを示している<sup>6)</sup>。

佐藤が示したスカラー場  $\phi$  のポテンシャルは図 1 の通りである。これは「古いインフレーション・モデル」と呼ばれている。このモデルのポテンシャルの極小値は、温度が高い時には  $\phi = 0$  で、温度が下がり臨界温度  $T_c$  を下回ると  $\phi \neq 0$  となる。つまり、 $\phi = 0$  は偽の真空である。

図1 佐藤のスカラ場ポテンシャル<sup>4)</sup>

この時、ポテンシャルに障壁ができるため、インフラトンはその場に留まり過冷却する。この時に真空のエネルギーによりインフレーションが起きる。その後、量子力学的トンネル効果によりポテンシャル障壁を越え、一次相転移を起こして真の真空へと落ちていく。そこでインフレーションが終わるはずである。しかし、このモデルは当初から問題点が明らかになっていた。偽の真空から抜け出してくる時、空間のある点を中心に核生成を起こして、泡状に相転移が進行する。この泡の内部の真空エネルギーは泡の壁の運動エネルギーに費やされ、泡の内部では宇宙は再加熱されない。異なる泡の境界壁が衝突する時にのみ再加熱が起こる。インフレーションが十分に起こるためには、その泡の成長が必要で境界壁の衝突はほとんど生じない。つまり、インフレーションがうまく終わらず、次のビッグバンに繋げることができないわけである (Graceful Exit Problem)。

そこで、考えられたのが、スローロール・インフレーション (Slow-roll Inflation) モデルである。(37)、(38) を通して、すでに議論しているが、インフラトン場が  $\dot{\phi}^2 \ll V$  を満たし、 $V(\phi)$  が一定で、 $p_\phi \approx -\rho_\phi$  となる de Sitter 宇宙 (インフレーション) が成立しているとする。(36) より、この運動はある一定の終端速度を持った状態に落ち着く。この時、(36) の加速度の項が無視でき、

$$\ddot{\phi} \approx -\frac{1}{3H} V' \quad (39)$$

となる。また、インフラトン場の真空エネルギーが卓越しているとする、

$$H \approx \sqrt{\frac{8\pi G}{3} V(\phi)} \quad (40)$$

となる。これらの近似はスローロール近似と呼ばれる次の条件

$$\dot{\phi} \ll V, \quad |\ddot{\phi}| \ll |V'| \quad (41)$$

のもとで成立する。この条件はポテンシャルの微分に対しては、

$$\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 24\pi G, \quad \left|\frac{V''}{V}\right| \ll 24\pi G \quad (42)$$

という条件になる。これらは、次のスローロール・パラメーター  $\epsilon, \eta$  で示される。

$$\epsilon \equiv \frac{1}{16\pi G} \left(\frac{V'}{V}\right)^2, \quad \eta \equiv \frac{1}{8\pi G} \frac{V''}{V} \quad (43)$$

このようにして、十分なインフレーションは、比較的小さな傾きを持つポテンシャル ( $V' \approx 0$ ) によって起こることが分かる。そして、その代表的なものが、図2に示す Coleman-Weinberg 型の Higgs 場有効ポテンシャルを用いるモデルである<sup>7)</sup>。これは、「新しいインフレーション・モデル」と呼ばれている。これには、図1で示したような高いポテンシャル障壁は形成されず、真空の相転移は2次相転移になり、ゆっくりと真の真空の最下点に移動して宇宙を再加熱してインフレーションが終わる。

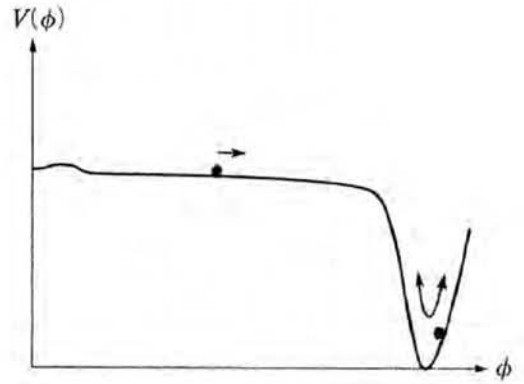


図2 スローロール型ポテンシャル

ビッグバン後における、宇宙構造をつくる種となるインフレーション期の「量子揺らぎ」も1次相転移に比べ、2次相転移ではしっかり形成される。この典型的なポテンシャルの形は次のようになる。

$$V(\phi) = V_0 \left[ 1 - \left(\frac{\phi}{\mu}\right)^p \right] \quad (44)$$

ただし、インフレーションを十分起こして、量子揺らぎをつくりすぎないためには、ポテンシャルが不自然に平坦な部分を持つ必要があるなど、モデルのパラメーターに微調整が必要になるという問題がある。

よって、素粒子論の統一理論に基づいた Higgs 場モデルは、物理学的には非常に興味を持てるが、様々

な問題が生じるため、素粒子の統一理論とは切り離して現実の宇宙と矛盾が生じないようなインフラトン・ポテンシャルを現象論的に探っているという状況が、現在は続いている。

その代表的なものとして、Linde によって考えられたカオスのインフレーション・モデル (Chaotic Inflation Model) がある<sup>8)</sup>。このモデルは、 $\phi$  のべき乗で、次に示すように、非常に簡単なポテンシャルである。

$$V(\phi) = V_0 \phi^p \quad (45)$$

このポテンシャルは、図3に示しているように、原点にのみ極小値があるだけで、真空の相転移は起きない。その代わり、スカラー場の初期状態が、 $\phi \neq 0$  にランダムに分布する。そのため、十分なインフレーションを起こすには、スカラー場がプランク・スケール ( $\approx 10^{-35}m$ ) よりも大きな値を初期にランダムに取ればよい。

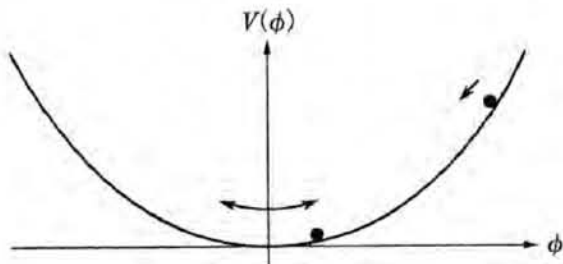


図3 カオスのインフレーションの例

このスカラー場で、初期状態から真空に向かってインフラトンが運動する時に、宇宙膨張による強い摩擦を受けてスローロール運動を行い、インフレーションが起こる。そして、十分原点に近づくともスローロール条件が破れて振動しはじめ、インフレーションが終わると同時に、再加熱、インフラトンの崩壊による素粒子生成等を通してビッグバンに繋がっていく。

しかし、このモデルでも、観測されるような宇宙をつくるには、最初のスカラー場の揺らぎが不自然に大きなスケールで、はじめから一様に存在していなければならない。さらに、ポテンシャルの係数である結合定数を不自然に小さくする必要がある。やはり、微調整問題が出てくるわけである。

その他にも、様々なモデルが試みられているが、残念ながらそれぞれ一長一短があり、現在のところ物理学的に見て、満足のいく理論は存在していない状況である。

## VI. おわりに

最後に、観測宇宙論の立場から簡単に述べる。最近の宇宙背景放射 (CMB) の観測の精度は、1989年から2009年にかけて打ち上げられた科学衛星 COBE、WMAP、PLANCK によって、7度から5分まで、角度の精度が急速に上げられた。宇宙背景放射 (CMB) の温度揺らぎのスペクトルを詳しく観測することで、インフレーション理論のポテンシャルの形を決めるパラメーターが決定できる。インフラトン場の揺らぎの波長と振幅の大きさの相関関係を表す「スペクトル指数」 $n_s$  と、インフラトン場 (スカラー場) の量子揺らぎの大きさと重力場 (テンソル場) の量子揺らぎの大きさの比である「テンソル・スカラー比」 $r$  の2つについて、最近の観測で、 $n_s$  は0.968程度、 $r$  は0.11以下と考えられている<sup>9)</sup>。カオスのインフレーション・モデルの計算では、具体的に、 $V \propto \phi^2$  の場合  $n_s \approx 0.97$ 、 $r \approx 0.13$  となり、 $V \propto \phi^4$  の場合  $n_s \approx 0.95$ 、 $r \approx 0.26$  となるなど、観測結果と馴染まない。その他の様々なモデルもほとんどが棄却され、第V章で述べた Starobinsky モデルが唯一残っている状態である。このモデルは重力理論の作用 (Action) に Ricci スカラー  $R$  のべき乗を、量子補正として手で加え、インフラトン・ポテンシャルが指数関数の形で与えられるものであるが、そこに物理学的に本質的なものがあるわけではない。

いずれにせよ、宇宙が始まった瞬間であるインフレーション時期に、まだ現在のところ未解明である、この世の根幹に係わる物理学的な概念が潜んでいることは十分に予測できる。その部分の追求を通して、インフラトン場の正体をはじめ、暗黒エネルギー、暗黒物質、バリオン数生成の謎等についても、自ずとそれらが連動して説明が進んでいくものと考えている。

## 参考文献

- 1) 吉村高男；時空次元論序説，山口福祉文化大学研究紀要6，99-107，2012
- 2) 吉村高男；時空次元数の連続化について，山口福祉文化大学研究紀要8，61-70，2014
- 3) 吉村高男；次元について～空間次元数のずれと超弦～，至誠館大学研究紀要1，49-61，2015
- 4) K. Sato; First Order Phase Transition of a Vacuum and the Expansion of the Universe, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* 195, 467-479, 1981
- 5) A. H. Guth; Inflationary Universe: Possible



- 
- Solution to the Horizon and Flatness Problems, *Phys. Rev, D23*, 347-356, 1981
- 6) A. A. Starobinsky; A New Type of Isotropic Cosmological Models without Singularity, *Phys. Lett, B91*, 99-102, 1980
- 7) A. D. Linde; A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, homogeneity, isotropy, and Primordial Monopole Problems, *Phys. Lett, B108*, 389-393, 1982
- 8) A. D. Linde; Chaotic Inflation, *Phys. Lett, B129*, 177-181, 1980
- 9) Planck Collaboration; Planck 2015 Results XX, Constraints on Inflation, *Astronomy & Astrophysics 594*, A20, 1-65, 2016